

Stærðfræðikeppni Menntaskólans í Reykjavík fyrir grunnskólanema, haldin 13. mars 2018 8. bekkur

Lausnir

Dæmi 1. Svar: 9.

LAUSN: Við reiknum út og fáum $2018 : 2 - 5 \cdot 200 = 1009 - 1000 = 9$.

Dæmi 2. Svar: 51.

LAUSN: Hér fáum við að fjöldi af bláum, rauðum og grænum kúlum er

$$\frac{612}{2} + \frac{612}{4} + \frac{612}{6} = 306 + 153 + 102 = 561. \text{ Kúlur með öðrum lit eru þá } 612 - 561 = 51.$$

Dæmi 3. Svar: 4.

LAUSN: Hver af svigunum í $(1-2)-(3-4)-(5-6)-(7-8)-(9-10)-(11-12)$ er -1 svo hér fæst $(1-2)-(3-4)-(5-6)-(7-8)-(9-10)-(11-12) = -1+1+1+1+1+1 = 4$.

Dæmi 4. Svar: 1.

$$\text{LAUSN: Hér fæst } \frac{\overbrace{10-9} + \overbrace{8-7} + \overbrace{6-5} + \overbrace{4-3} + \overbrace{2-1}}{\underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{3-4}_{-1} + \underbrace{5-6}_{-1} + \underbrace{7-8}_{-1} + 9} = \frac{5 \cdot 1}{4 \cdot (-1) + 9} = \frac{5}{5} = 1.$$

Dæmi 5. Svar: $1\frac{1}{5}$.

LAUSN: Hér er $1\frac{1}{5} = \frac{6}{5} \neq \frac{5}{4}$ svo svarið er $1\frac{1}{5}$. Hinar tölurnar eru jafnar, t.d. er $1\frac{3}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$.

Dæmi 6. Svar: 0.

LAUSN: Talan er 10 tölustafir svo að minnsta kosti einn tölustafanna er núll því annars væri summa tölustafanna hærri en 9. Margfeldi tölustafanna er því núll.

Dæmi 7. Svar: 28.

LAUSN: Stærsti mismunur tveggja talna fæst með því að draga minnstu töluna frá þeirri stærstu sem gefur $12 - (-16) = 12 + 16 = 28$.

Dæmi 8. Svar: 80%.

LAUSN: Júlía var með 35 stig og af þeim fékk hún $35 - 2 - 5 = 28$ stig fyrir einfalda slagi. Hlutfalli er þá $\frac{28}{35} \cdot 100 = 80\%$.

Dæmi 9. Svar: 216.

LAUSN: Við fáum $2^3 \cdot 3^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 8 \cdot 27 = 216$.

Dæmi 10. Svar: 5.

LAUSN: Flatarmál rétthyrningsins er $2 \cdot 3 = 6$ og flatarmál hringsins er $0,5^2 \cdot \pi \approx 0,25 \cdot 3 = 0,75$.
Nálgun fyrir flatarmál skyggða svæðisins er þá $6 - 0,75 = 5,25$ og 5 er sú heiltala sem er næst því.

Dæmi 11. Svar: 1.

LAUSN: Við notum skilgreininguna á þríhyrningsaðgerðinni og fáum
 $(1+3-4)+(2+5-6)=0+1=1$.

Dæmi 12. Svar: 1.

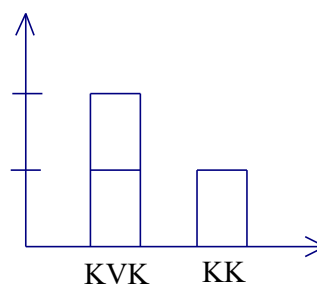
LAUSN: Einungis þrjár heiltölur hafa þversummuna 26. Þær eru 899, 989 og 998. Einungis 998 er slétt. Það er því ein slík tala.

Dæmi 13. Svar: 1000.

LAUSN: Verslunin keypti 1.500 blýanta á 10 kr. stykkið svo heildarkostnaður er 15.000 kr. Ef hagnaðurinn á að verða 10.000 kr. þurfa heildartekjur að vera $15.000 + 10.000 = 25.000$ kr. Ef söluverðið er 25 kr. þarf fjöldi blýanta að vera $\frac{25.000}{25} = 1.000$.

Dæmi 14. Svar: 160.

LAUSN: Hlutfall karla í þorpinu er 1 af þremur. Fjöldi þeirra er því $\frac{480}{3} = 160$.



Dæmi 15. Svar: 20.

LAUSN: Litlu þríhyrningarnir eru 10. Flatarmál hvers þeirra er $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$. Flatarmál þeirra allra er því $2 \cdot 10 = 20$.

Önnur lausn fæst út frá hlutfalli skyggðu þríhyrninganna af heildarfjölda þeirra.

Flatarmál þríhyrningsins er $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$. Hlutfallið gefur þá $\frac{10}{16} \cdot 32 = 20$.

Dæmi 16. Svar: 24%.

LAUSN: Heildarfjöldi unglinga í könnuninni var $50 + 60 + 40 + 60 + 40 = 250$. Fjöldi þeirra sem völdu blátt var 60. Prósentan er því $\frac{60}{250} \cdot 100 = 24\%$.

Dæmi 17. Svar: 24.000.

LAUSN: Hvert dekk var notað $\frac{4}{5}$ hluta af akstursvegalegdinni. Hvert dekk var því notað í $30000 \cdot \frac{4}{5} = 24.000$ km.

Dæmi 18. Svar: 24.

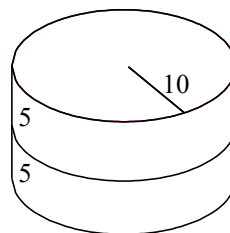
LAUSN: Þar sem munurinn á milli hálffulls brúsa og brúsa með $\frac{1}{3}$ af vatni er fjórir lítrar sést að 4 lítrar eru $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ af fullum brúsa. Brúsinn tekur því $4 \cdot 6 = 24$ lítra.

Dæmi 19. Svar: B.

LAUSN: Í rununni eru 9 stafir sem eru endurteknir aftur og aftur. Ef við deilum 9 upp í 2018 er afgangurinn 2, þ.e. $\frac{2018}{9} = 224 + \frac{2}{9}$. Stafur númer 2018 er því annar stafurinn í rununni, þ.e. B.

Dæmi 20. Svar: B.

LAUSN: Reglan fyrir rúmmál sívalnings er $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ þar sem r er geisli loksins og h er hæð sívalningsins. Rúmmálið tvöfaldað því ef hæðin er tvöfölduð en geislinn hafður óbreyttur.



Dæmi 21. Svar: 1.

LAUSN: Í hverju horni blómabeðsins bætist við tvöföld breidd gangstígsins. Hornin eru fjögur svo lengdin, sem bætist við, er 8 sinnum breidd gangstígsins. En það eru 8 metrar svo breidd gangstígsins er 1 metri.

Dæmi 22. Svar: 1.

LAUSN: Fjórðungur úr sólarhring er $\frac{1}{4} \cdot 24 = 6$ klst. Einn þriðji af því er $\frac{1}{3} \cdot 6 = 2$ klst. og helmingur af því er ein klst.

Dæmi 23. Svar: $x = -4$.

LAUSN: Höfum

$$\begin{aligned} -5(2x+12) - 15 &= 8x - 3 \Leftrightarrow -10x - 60 - 15 = 8x - 3 \Leftrightarrow -10x - 8x = 60 + 15 - 3 \\ \Leftrightarrow -18x &= 72 \Leftrightarrow x = \frac{72}{-18} \Leftrightarrow x = -4. \end{aligned}$$

Dæmi 24. Svar: 37.

LAUSN: Eftir fyrstu klippingu hefur Halldóra 10 miða. Í hvers sinn sem hún klippir einn miða í viðbót bætast 9 miðar við. Að lokum hefur hún því $10 + 9 + 9 + 9 = 37$ miða.

Dæmi 25. Svar: 54° .

LAUSN: Við táknum stærðina á horninu B sem x , þá er $B = x$, $A = 3x$ og $C = 6x$. Þá fæst jafnan $x + 3x + 6x = 180^\circ \Leftrightarrow 10x = 180^\circ$ sem gefur $x = 18^\circ$. Þá er $\angle A = 3 \cdot 18^\circ = 54^\circ$.

Dæmi 26. Svar: $36 - 9\pi$ eða um 7,7.

LAUSN: Inni í ferningnum eru fjórir jafnstórir hringfjórðungar. Flatarmál þeirra er því jafnt flatarmáli eins hrings með geisla 3 en það er $F_{\text{hringur}} = 3^2 \cdot \pi = 9\pi$. Hliðarlengd ferningsins er tvöfaldur geisli eins hrings, þ.e. 6 og flatarmál ferningsins er þá 36. Mismunur þessara tveggja stærða er flatarmál skyggða svæðisins sem er $36 - 9\pi$ sem með einum aukastaf er $36 - 9 \cdot 3,14 = 7,7$.

