

Stærðfræðikeppni Menntaskólans í Reykjavík

fyrir grunnskólanema,

haldin 14. mars 2017

9. bekkur

Lausnir

Dæmi 1. Svar: $(1, 1; -2, 1; 1, 0)$.

LAUSN: Summan talnanna í þrenndinni $(1, 1; -2, 1; 1, 0)$ er $1, 1 + (-2, 1) + 1, 0 = 2, 1 - 2, 1 = 0$.
Summa talna hinna er 1.

Dæmi 2. Svar: $\frac{630}{5}$.

LAUSN: Hér er $\frac{630}{5} = 126$, $100 + \frac{125}{5} = 125$, $5^3 = 125$ og $\frac{5^4}{5} = 5^{4-1} = 5^3 = 125$ og
126 er þá stærst.

Dæmi 3. Svar: 6.

LAUSN: Talan $4^4 \cdot 5^4$ er $4^4 \cdot 5^4 = (4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 2^4 \cdot 10^4 = 16 \cdot 10000 = 160.000$ sem
er 6 tölustafa.

Dæmi 4. Svar: π .

LAUSN: Hlutfallið milli ummáls hrings og þvermáls hans er π sama hver geislinn
er.

Dæmi 5. Svar: 2.

LAUSN: Talan 1 er ekki framtala, 9 er ekki framtala því $3^2 = 9$ en 2 og 11 eru
framtölur, svo svarið er 2. Talan 2 er eina slétta framtalan.

Dæmi 6. Svar: 505.

LAUSN: Látum x tákna fjölda þeirra sem voru á undan Jóhönnu. Þá voru $3x$ á eftir henni og
þá fæst jafnan $x + 1 + 3x = 2017$ eða $4x = 2016$ svo $x = 504$. Jóhanna var því í 505. sæti.

Dæmi 7. Svar: 100.

LAUSN: Við styttrum samliggjandi brot og fáum

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot 1000 = \frac{1}{10} \cdot 1000 = 100.$$

Dæmi 8. Svar: \div .

LAUSN: Ef við setjum deilingarmerki í stað $?$ í $(6?3) + 4 - (2-1)$ fæst

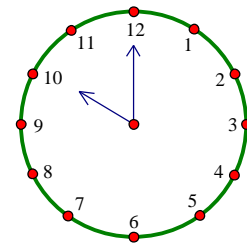
$(6?3) + 4 - (2-1) = (6 \div 3) + 4 - (2-1) = 2 + 4 - 1 = 5$ svo þá er jafnan rétt.

Dæmi 9. Svar: 60° .

LAUSN: Nú er hringur klukkunnar 360° og honum er skipt í 12

bil svo hvert bil er $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$. Það eru tvö bil á milli vísanna á

klukkunni þegar hún er 10 svo hornið er 60° .



Dæmi 10. Svar: 400.

LAUSN: Fyrir breytinguna er garðurinn $50 \cdot 10 = 500$ fermetrar. Ummál hans er $2 \cdot 50 + 2 \cdot 10 = 120$ metrar. Ummál nýja garðsins er líka 120 metrar og hann er ferningslaga svo hver hlið hans er 30 metrar. Flatarmál hans er þá $30 \cdot 30 = 900$ fermetrar. Garðurinn hefur því stækkað um $900 - 500 = 400$ fermetra.

Dæmi 11. Svar: María.

LAUSN: Samkvæmt annarri málsgrein á Freyja meira en eitthvert hinna svo hún á ekki minnstu upphæðina. Af þriðju málsgrein sést að Björn og Kristín eiga meira en eitthvert hinna svo þau eru útilokuð. Af fjórðu málsgrein sést að Jón á meira en eitthvert hinna svo þá kemur María ein til greina.

Dæmi 12. Svar: 140.

LAUSN: Vegalengdin á milli Mývatns og Egilsstaða er $170 - 50 = 120$ km.

Vegalengdin frá Akureyri að bensínstöðinni í km er þá

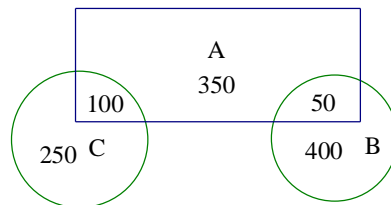
$$50 + \frac{3}{4} \cdot 120 = 50 + 3 \cdot 30 = 50 + 90 = 140.$$

Dæmi 13. Svar: 1150.

LAUSN: Blómabeð A hefur 350 blóm sem eru hvorki hluti af beði B né C. Beð B hefur 400 blóm sem eru hvorki sameiginleg A né C og beð C hefur 250 blóm sem eru hvorki sameiginleg A né B. Alls eru blómin því $350 + 400 + 250 + 50 + 100 = 1150$.

Lausnina má einnig fá með því að reikna

$$500 + 450 + 350 - 50 - 100 = 1150.$$



Dæmi 14. Svar: 24.

LAUSN: Stærsta summan fæst þegar 13 er í miðjunni. Summan er þá

$13 + 10 + 1 = 13 + 7 + 4 = 24$. Tvær aðrar jafnar summur má fá, 18 og 21 en þær eru minni en 24.

Dæmi 15. Svar: 27%.

LAUSN: Liðið hefur leikið 15 leiki og tapað 4 leikjum. Það hefur þá tapað

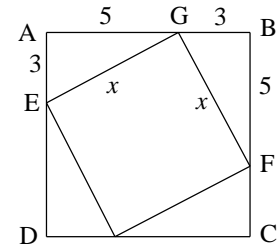
$$\frac{4}{15} \cdot 100 = \frac{4 \cdot 100}{15} \% \approx 26\frac{2}{3} \% \approx 27\% \text{ leikjanna.}$$

Dæmi 16. Svar: 5.

LAUSN: Þórey þurfti að svara 60% af 75 dæmum rétt en það eru $0,60 \cdot 75 = 45$ dæmi. Fjöldi dæma sem hún svaraði rétt er $0,7 \cdot 10 + 0,4 \cdot 30 + 0,6 \cdot 35 = 7 + 12 + 21 = 40$ dæmi. Hún þurfti því að svara $45 - 40 = 5$ dæmum í viðbót rétt.

Dæmi 17. Svar: 34.

LAUSN: Köllum hliðarlengd minni ferningsins x . Flatarmál hans er þá $x \cdot x = x^2$. Við notum svo reglu Pýþagórasar á þríhyrninginn AEG til þess að finna x^2 sem gefur $x^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$ svo flatarmálið er 34.



Eins má draga flatarmál þríhyrninganna fjögurra frá flatarmáli stærri ferningsins og fá $8^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 34$.

Dæmi 18. Svar: $x = 4,25 = \frac{17}{4}$.

LAUSN: Höfum

$$\frac{1}{4}(8x - 6) - 3 = \frac{1}{7}(8x - 6) \Leftrightarrow 7(8x - 6) - 3 \cdot 4 \cdot 7 = 4(8x - 6) \Leftrightarrow 56x - 42 - 84 = 32x - 24$$

$$\Leftrightarrow 56x - 32x = -24 + 42 + 84 \Leftrightarrow 24x = 102 \Leftrightarrow x = \frac{102}{24} \Leftrightarrow x = \frac{17}{4}$$

Dæmi 19. Svar: 100.

LAUSN: Það eru 5 lög í pýramídanum, og hvert fjögurra efstu laganna hefur einu epli færri í bæði lengd og breidd en lagið fyrir neðan það. Því er heildarfjöldi epla í pýramídanum $5 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 4 = 100$ stykki.

Dæmi 20. Svar: 5.

LAUSN: Við táknum þessar 10 samliggjandi heiltölur sem $x - 4, x - 3, x - 2, x - 1, x, x + 1, x + 2, x + 3, x + 4, x + 5$. Summa þeirra er 5 svo við fáum jöfnuna $(x - 4) + (x - 3) + (x - 2) + (x - 1) + x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) + (x + 5) = 5$ sem er jafnglit $10x + 5 = 5$ eða $10x = 0$ svo $x = 0$. Stærsta talan er því 5.

Dæmi 21. Svar: $2\frac{2}{3}$ eða $\frac{8}{3}$.

LAUSN: Hér fæst að einn fiskur er andvirði $\frac{2}{3}$ af brauðhleif sem gefa

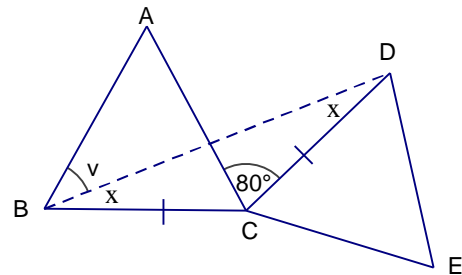
$$\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ af hrísgrjónapokum.}$$

Dæmi 22. Svar: $\frac{7}{12}$.

LAUSN: Af 60 sekúndum er ekki grænt ljós í $30+5=35$ sekúndur (rautt og gult). Líkurnar eru því $\frac{35}{60} = \frac{7}{12}$.

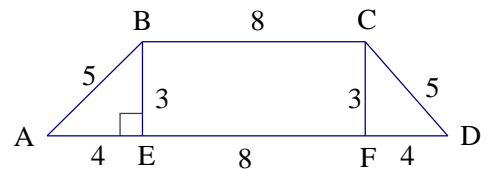
Dæmi 23. Svar: 40° .

LAUSN: Í jafnhliða þríhyrningi eru öll horn 60° . Þar sem ABC og CDE eru eins er þríhyrningurinn BDC jafnarma. Þá er $\angle BCD = 60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$. Svo gildir $\angle BDC = \angle DBC = x$ og þá gefur hornasumma þríhyrningsins BDC að $x + x + 140^\circ = 180^\circ$ eða $2x = 40^\circ$ og þá er $x = 20^\circ$. Þá er $v = \angle ABD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$.



Dæmi 24. Svar: 34.

LAUSN: Við skiptum trapisunni upp í þrjá hluta eins og myndin sýnir. Þríhyrningarnir ABE og DCF eru eins og grunnlínur þeirra eru $AE = FD = \frac{16-8}{2} = 4$



að lengd. Þeir eru rétthyrndir. Regla Pýþagórasar gefur þá $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ svo $CD = AB = 5$. Ummálið er þá $5 + 8 + 5 + 16 = 34$.